

Homework

Jung Kyoo Shin

November 2019

1 Matrix Inversion Lemma

$$(A + UCV)^{-1} = [A^{-1} - A^{-1}U(C^{-1} + VA^{-1}U)^{-1}VA^{-1}]$$

이 식을 증명하기 위해서 좌변에 우변의 역함수를 곱해준 것이 identity matrix 라는 것을 보이면 된다.

$$\begin{aligned} & (A + UCV)^{-1} * [A^{-1} - A^{-1}U(C^{-1} + VA^{-1}U)^{-1}VA^{-1}] \\ &= (I - U(C^{-1} + VA^{-1}U)^{-1}VA^{-1}) + (UCVA^{-1} - UCVA^{-1}U(C^{-1} + VA^{-1}U)^{-1}VA^{-1}) \\ &= (I + UCVA^{-1}) - (U(C^{-1} + VA^{-1}U)^{-1}VA + UCVA^{-1}U(C^{-1} + VA^{-1}U)^{-1}VA^{-1}) \\ &= I + UCVA^{-1} - (U + UCVA^{-1}U)(C^{-1} + VA^{-1}U)^{-1}VA^{-1} \\ &= I + UCVA^{-1} - UC(C^{-1} + VA^{-1}U)(C^{-1} + VA^{-1}U)^{-1}VA^{-1} \\ &= I + UCVA^{-1} - UCVA^{-1} \end{aligned}$$

$$= I$$